

Всероссийская олимпиада школьников - 2020

Никитин по математике.

Трун Алексей 01-9-5

№ 3. 68

185

Дано:

матр. $[10 \times 10]$

матр.: $-1; 0; 1$

Д-то:

суммы во всех $\square$,

всех $\square$ и на главн.

диагоналя имеют

разные значения.

Док-во: Решение:

1) По условию, главн. диагоналей $(\blacksquare) = 2$,
сумма $= 10$, сумма $= 10 \Rightarrow$ кон-то
всех сумм чисел $= 22$.

2) Однотипные значения каждой суммы.

Каждая сумма встречается в себе

10 раз чисел из условия.

Однотипные значения: $[-10; 10]$.

$$-10 \leq x \leq 10.$$

3) x принимает до 21 значения, а суммарное кол-во сумм $= 22 \Rightarrow$ как минимум 1 значение суммы будет совпадать с другим(ми).

Ответ: таким способом записать данную таблицу невозможно.

$$N = 5. \quad 56$$

Дано:

k — натур. число.

$k \neq 0$ (целое число).

29 последовательных чисел

$\underbrace{\quad}_{\text{н. пр. чисел}} \quad 22 \text{ сост. ч.}$

Д-то:

$30k+1$ и $30k+29$ — простые числа.

Док-во:

1) Заметим: простое число (n) делится только на 2 числа — 1 и n .

2) Возьмем элемент перед k записываемая на 0; k — натур. число (по факт.) =

итоговое число будет записываться на последнюю цифру числа, прибавляемого к $30k$.

3) Для доказательства справедливости

в уравнении возьмём 3 значения k :

$$V \cdot k = 1.$$

$$30 \cdot 1 + 1 = 31.$$

31 делится на 1 и
31.

$$30 \cdot 1 + 29 = 59.$$

59 делится на 1 и
59.

$$V \cdot k = 2.$$

$$30 \cdot 2 + 1 = 61.$$

61 делится на 1 и
61.

$$30 \cdot 2 + 29 = 89.$$

89 делится на 1 и
89.

$$V \cdot k = 3.$$

$$30 \cdot 3 + 1 = 91.$$

91 делится на 1 и
91.

$$30 \cdot 3 + 29 = 119.$$

119 делится на 1 и
119.

Ответ: $30k + 1$ и $30k + 29$ — это

простые числа.

№ 1. 65

$$\text{I. } 2020x^2 + bx + 2021 = 0$$

$$\text{II. } 2019x^2 + bx + 2020 = 0$$

$$\text{III. } x^2 + bx + 2019 = 0$$

Найдем произведение корней (I —

— III). Известно, что $D > 0$ (2 корня).

Решение:

Произведение корней можно найти

по теореме Виета: $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$.

$$\text{I. } x_1 x_2 = \frac{2021}{2020} = 1 \frac{1}{2020}$$

$$\text{II. } x_1 x_2 = \frac{2020}{2019} = 1 \frac{1}{2019}$$

$$\text{III. } x_1 x_2 = \frac{2019}{1} = 2019.$$

$$N \equiv 2. \quad 16$$

Дано:

Замкнуты циклы xyz . $x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$.

$1 \leq x$ (или $y; z$) ≤ 9 . x, y и z — целые.

$x \neq y, x \neq z, y \neq z$ (все цифры различные).

Из них составлены все возможные 3-знач.

D -мб:

Сумма всех 3-знач. чисел = 2021.

Доказано:

1) xyz — трехзначное число.

Его варианты (варианты):

$xyz, xzy, yxz, yzx, zxy, zyx$.

2) Ключ-ко вариантов $= 6$, их сумма

равна $sum = 2021$.

$$\begin{array}{r} 2021 \\ - 18 \\ \hline 22 \\ - 18 \\ \hline 41 \\ - 36 \\ \hline 5 \end{array}$$

В исходном числе 2
цифра совпадает.

По окончанию вычисления
минусной операции де
летия присчитываем
остаток $= 5$.

Итого: скорее всего, сумма всех трех-
значных чисел не может быть равна
2021.

Сметов Т.Б.
Полыбева Е.А.
Винниченко Н. В.

Дж.
Дж.
Дж.